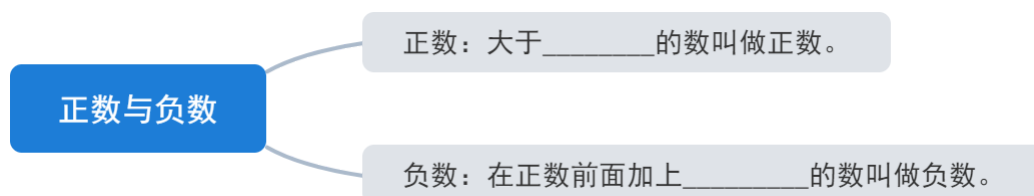


综合复习(一)

一、有理数的基本概念

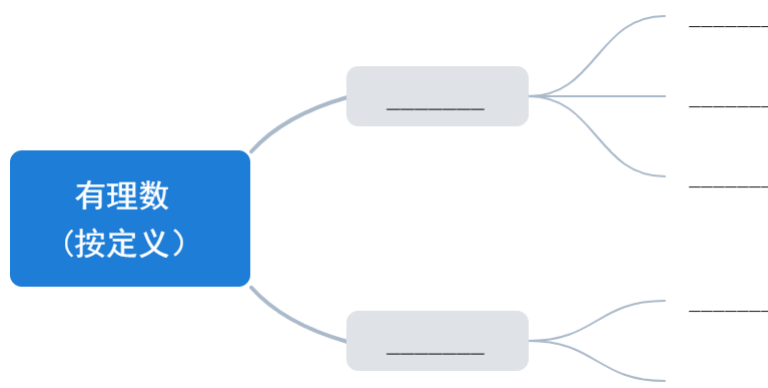
1. 有理数和数轴



【备注】1、像3，1.8%，3.5这样**大于0**的数叫做正数。

2、像-3，-2.7%，-4.5这样在正数前面加上**符号“-”（负）**的数叫负数。

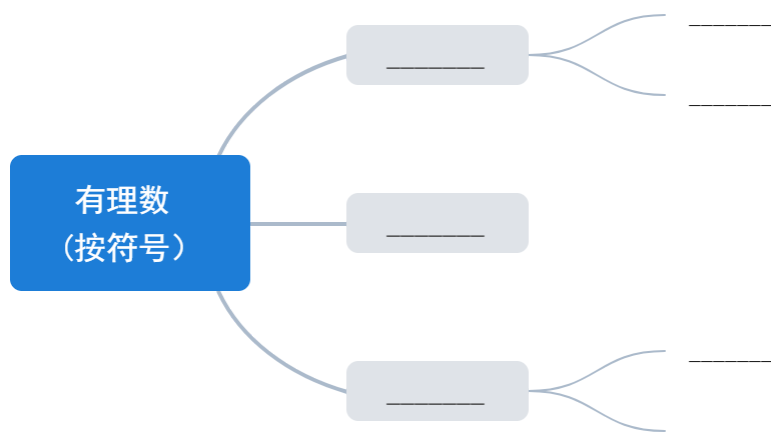
相反意义的量包含两层意思：一是相反意义，即意义相反，二是量，具有一定的数量，而且是同类的量。



【备注】

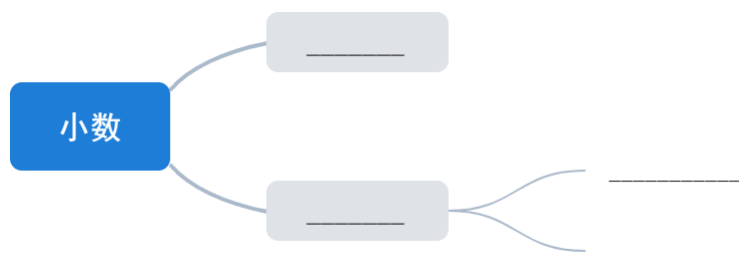
有理数（按定义分类）

{	整数	{ 正整数	自然数
		零	
{	分数	负整数	
		{ 正分数	
		负分数	



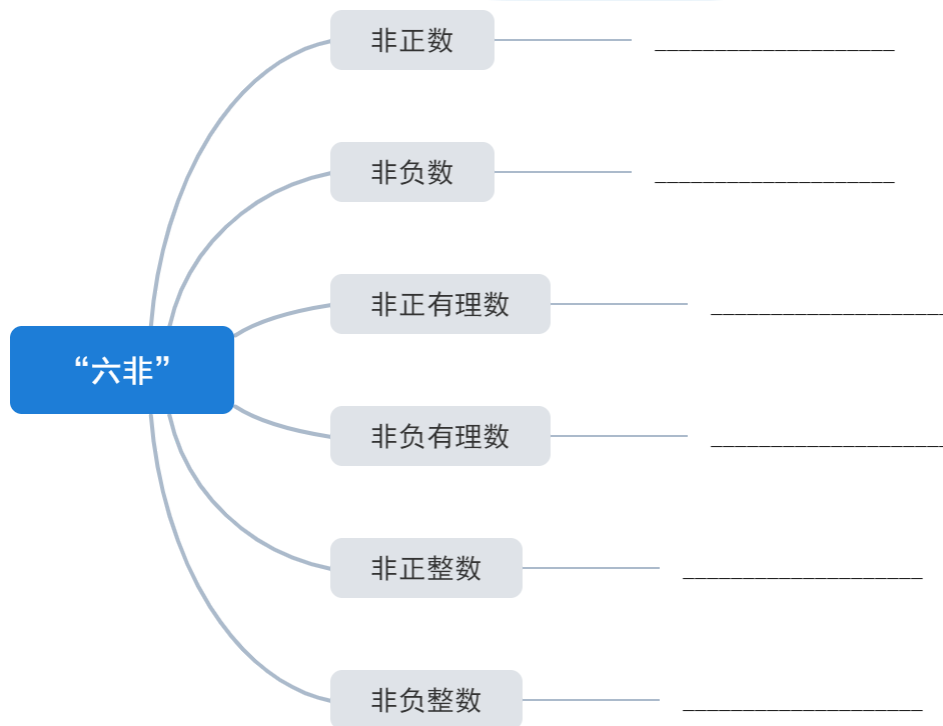
【备注】

有理数 (按符号分类) $\left\{ \begin{array}{l} \text{正有理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正整数} \\ \text{正分数} \end{array} \right. \\ \text{零} \\ \text{负有理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{负整数} \\ \text{负分数} \end{array} \right. \end{array} \right.$

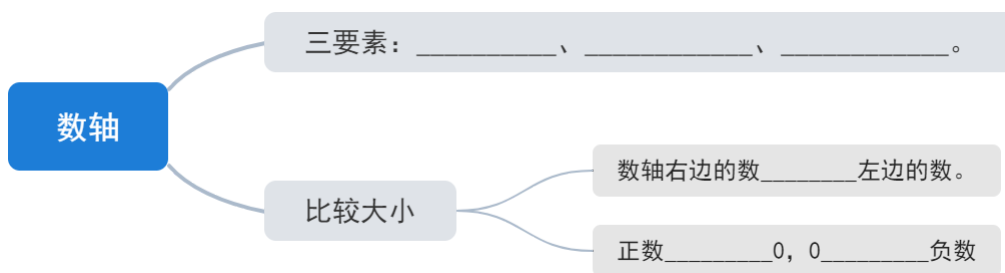


【备注】 【注意】 有限小数和无限循环小数都可以转化为分数，因此有限小数和无限循环小数都是有理数。

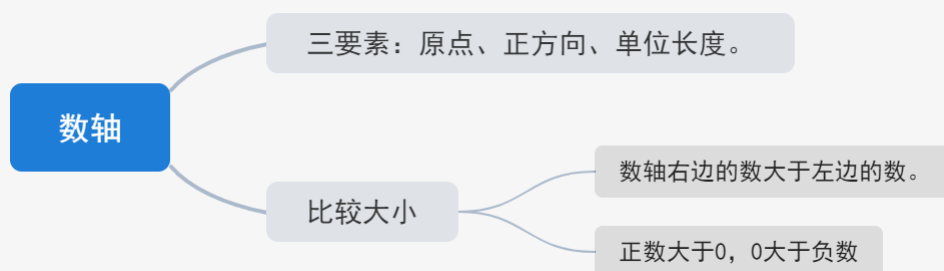
小数 $\left\{ \begin{array}{l} \text{有限小数} \\ \text{无限小数} \left\{ \begin{array}{l} \text{无限循环小数} \\ \text{无限不循环小数} \end{array} \right. \end{array} \right.$



【备注】非负数：正数和零统称为非负数；
 非正数：负数和零统称为非正数；
 非正有理数：负有理数和零统称为非正有理数
 非负有理数：正有理数和零统称为非负有理数
 非负整数：正整数和零统称为非负整数；
 非正整数：负整数和零统称为非正整数；



【备注】



- 1、原点：在直线上任取一个点表示数，这个点叫做原点。
- 2、正方向：通常规定直线上从原点向右（或上）为正方向，从原点向左（或下）为负方

向 .

举个“栗”子

栗子

1. 在 $0, -1, -2, -3, 16, 8, -1\frac{2}{5}, \frac{1}{6}$ 中负数的个数是 () .

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【答案】 A

【解析】 $-1, -2, -3, -1\frac{2}{5}$ 是负数, 故负数有4个 .

故选A .

【标注】【知识点】正数、负数定义

栗子

2. 如果“盈利5%”记作+5%, 那么-3%表示()

A. 亏损3%

B. 亏损8%

C. 盈利2%

D. 少赚3%

【答案】 A

【解析】 解: $\because$ “盈利5%”记作+5%,

$\therefore -3\%$ 表示亏损3% .

故选: A .

【标注】【知识点】相反意义的量

栗子

3. 在 $3\frac{2}{7}, -8, 2020, 0, -5, +13, \frac{1}{4}, -6.9, \frac{\pi}{5}$ 中, 正整数有 a 个, 非负整数有 b 个, 分数有 c 个, 则 $a + b + c$ 的值为 _____ .

【答案】 8

【解析】 正整数有2020, +13, 共两个;

非负整数有2020, 0, +13, 共3个;

分数有 $3\frac{2}{7}$, $\frac{1}{4}$, -6.9 , 共3个,

$$\therefore a + b + c = 2 + 3 + 3 = 8.$$

【标注】【知识点】有理数的分类

栗子

4. 下列说法中：

- ①有理数不是正数就是负数；
- ②正整数、负整数、正分数、负分数统称为有理数；
- ③非负数就是正数和0；
- ④ $\frac{\pi}{6}$ 不仅是分数，而且还是有理数；
- ⑤无限小数不一定是有理数；
- ⑥ $\frac{25}{9}$ 是无限不循环小数，所以不是有理数。

其中正确的说法的个数为（ ）。

A. 4个

B. 3个

C. 2个

D. 1个

【答案】C

【解析】有理数包括正有理数，0，负有理数，

$\therefore$ ①不正确。

又 $\therefore$ 正整数，0，负整数，正分数，负分数统称为有理数，

$\therefore$ ②不正确。

又 $\therefore$ 非负数就是正数和0，

$\therefore$ ③正确。

又 $\therefore$ $\frac{\pi}{6}$ 不是分数，也不是有理数，

$\therefore$ ④不正确。

又 $\therefore$ 无限小数中的无限不循环小数不是有理数，

$\therefore$ ⑤正确。

又 $\therefore$ $\frac{25}{9}$ 是无限循环小数，

$\therefore$ ⑥不正确。

$\therefore$ 综上，③⑤正确。

故选C。

【标注】【知识点】有理数的分类

5. 下列说法中：①0是最小的整数；②有理数不是正数就是负数；③ $-\frac{\pi}{2}$ 不仅是有理数，而且是分数；④ $\frac{23}{7}$ 是无限不循环小数，所以不是有理数；⑤无限小数不一定都是有理数；⑥正数中没有最小的数，负数中没有最大的数．⑦非负数就是正数；⑧正整数、负整数、正分数、负分数统称为有理数；其中错误的说法的个数为（ ）．
- A. 7个 B. 6个 C. 5个 D. 4个

【答案】 B

【解析】 ①没有最小的整数，故①错误；
 ②有理数包括正数，负数和0，故②错误；
 ③ $-\frac{\pi}{2}$ 是无理数，故③错误；
 ④ $\frac{23}{7}$ 是无限循环小数，所以是有理数，故④错误；
 ⑤无限小数不一定都是有理数，故⑤正确；
 ⑥正数中没有最小的数，负数中没有最大的数，故⑥正确；
 ⑦非负数就是正数和0，故⑦错误；
 ⑧正整数，负整数，0，正分数，负分数统称为有理数，故⑧错误．
 综上①②③④⑦⑧错误，共6个．
 故选B．

【标注】【知识点】有理数的分类

栗子

6. 把下列各数填入相应的大括号里．
 $-\frac{1}{3}, 0.618, -3.14, 260, -2009, \frac{6}{7}, -0.010010001\cdots, -\frac{6}{2}, \frac{\pi}{5}, 0, 0.06$ ．
- 正分数集合{ }；
 非正数集合{ }；
 非负整数集合{ }．

【答案】 正分数集合 $\left\{0.618, \frac{6}{7}, 0.06\right\}$ ；
 非正数集合 $\left\{-\frac{1}{3}, -3.14, -2009, -0.010010001, \cdots, -\frac{6}{2}, 0\right\}$ ；
 非负数集合 $\left\{0.618, 260, \frac{6}{7}, \frac{\pi}{5}, 0, 0.06\right\}$ ．

【解析】 $\because -\frac{1}{3}$ 是负分数，

0.618是正分数，

-3.14是负分数，

260是正整数，

-2009是负整数，

$\frac{6}{7}$ 是正分数，

-0.010010001...是负无理数，

$-\frac{6}{2}$ 是负整数，

$\frac{\pi}{5}$ 是正无理数，

0是整数，

0.06是正分数，

∴正分数集合 $\left\{0.618, \frac{6}{7}, 0.06\right\}$ ；

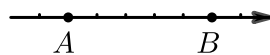
非正数集合 $\left\{-\frac{1}{3}, -3.14, -2009, -0.010010001, \dots, -\frac{6}{2}, 0\right\}$ ；

非负数集合 $\left\{0.618, 260, \frac{6}{7}, \frac{\pi}{5}, 0, 0.06\right\}$ 。

【标注】【知识点】有理数的分类

栗子

7. 如图，数轴的单位长度为1，如果点A表示的数为-2，那么点B表示的数是（ ）。



A. -1

B. 0

C. 3

D. 4

【答案】C

【解析】由图可知，点B在点A右侧5个单位，

∵点A表示的数是-2，

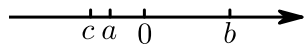
∴点B表示的数为 $-2 + 5 = 3$ 。

故选C。

【标注】【知识点】用数轴上的点表示有理数

栗子

8. 若有理数a、b、c在数轴上的位置如图所示，则将-a、-b、c按从小到大的顺序为（ ）。



- A. $-b < c < -a$ B. $-b < -a < c$ C. $-a < c < -b$ D. $-a < -b < c$

【答案】A

【解析】由有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置，得

$$-a > 0, -b < 0, |b| > |c|,$$

由正数大于负数，得 $-b < c < -a$ ，

故A正确。

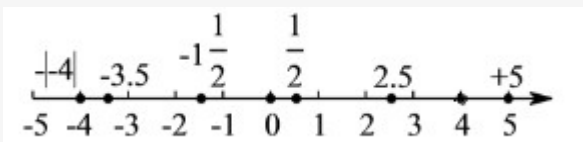
【标注】【知识点】根据数轴上点的位置判断符号大小

栗子

9. 画出数轴，在数轴上表示下列各数，并用“ $<$ ”连接： $+5$ ， -3.5 ， $\frac{1}{2}$ ， $-1\frac{1}{2}$ ， 4 ， 0 ， 2.5 ， $-|-4|$

【答案】 $-|-4| < -3.5 < -1\frac{1}{2} < 0 < \frac{1}{2} < 2.5 < +5$ 。

【解析】如图所示，



由图可知， $-|-4| < -3.5 < -1\frac{1}{2} < 0 < \frac{1}{2} < 2.5 < 4 < +5$ 。

【标注】【知识点】有理数比较大小-利用数轴

2. 相反数和绝对值

相反数的定义

只有 符号不同 的两个数叫做互为相反数。

① a 与 $-a$ 互为相反数，表示任意一个数，可以是 正数、负数，也可以是 0。

②特别地，0的相反数是 0。

③相反数是 成对出现 的。

相反数的代数意义

任何一个数都有相反数，而且只有 一个。正数的相反数是 负数；负数的相反数是 正数；0的相反数仍是 0。

若a与b互为相反数，则 $a + b = 0$ ；反之，若 $a + b = 0$ ，则a与b 互为相反数。

相反数的几何意义

互为 相反数 的两个数在数轴上对应的点应分别位于原点两侧，并且到 原点 的距离相等。

互为相反数的两个数在数轴上对应的点是关于 原点 对称的。

多重符号化简

正数前面不论多少个“+”号，都可以去掉；正数前面有 偶数 个“-”，“-”可以去掉；

正数前面有 奇数 个“-”，化简结果保留一个“-”。

口诀：“奇 负 偶 正”

绝对值

数轴上表示a的点与 原点 的距离叫做数a的绝对值，记作 $|a|$ 。

绝对值代数意义

一个正数的绝对值是 它本身；一个负数的绝对值是它的 相反数；0的绝对值是 0。

$$\text{绝对值代数意义: } |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

绝对值几何意义

$|a|$ 的几何意义：在数轴上，表示这个数的点到 原点 的距离。

$|a - b|$ 的几何意义：在数轴上，表示数a、b对应数轴上 两点间 的距离。

栗子

10. 下列各组数中，互为相反数的是（ ）。

- A. $+(+5)$ 与 $-(-5)$ B. $+(-5)$ 与 $-(+5)$ C. $+(+5)$ 与 $-\left(-\frac{1}{5}\right)$ D. $+(-5)$ 与 $-(-5)$

【答案】 D

【解析】 A选项： $+(+5) = 5$ ， $-(-5) = 5$ ，故A不符合题意。

B选项： $+(-5) = -5$ ， $-(+5) = -5$ ，故B不符合题意。

C选项：

$+(+5) = 5$, $-\left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{5}$, 互为倒数, 故C不符合题意.

D 选项: $+(-5) = -5$, $-(-5) = 5$, 只有符号不同的两个数互为相反数,

故D符合题意.

故选 D.

【标注】【知识点】相反数的性质

11. 若 $m - 2$ 的相反数是 5, 那么 $-m$ 的值是 ().

A. +7

B. -7

C. +3

D. -3

【答案】C

【解析】 $\because m - 2$ 的相反数是 5,

$$\therefore m - 2 = -5,$$

$$\therefore m = -3,$$

$$\therefore -m = 3$$

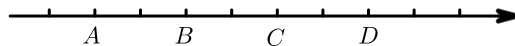
即 $-m$ 的值是 3,

故选 C.

【标注】【知识点】相反数的性质

栗子

12. 如图所示, 已知 A, B, C, D 四个点在一条没有标明原点的数轴上.



(1) 若点 A 和点 C 表示的数互为相反数, 则原点为 _____.

(2) 若点 B 和点 D 表示的数互为相反数, 则原点为 _____.

(3) 若点 A 和点 D 表示的数互为相反数, 则在数轴上表示出原点 O 的位置, 若此时点 C 表示的数是 20, 则点 A 表示的数是 _____.

【答案】(1) B

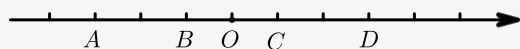
(2) C

(3) -60

【解析】(1) 若点 A 和点 C 表示的数互为相反数, 则原点为 B .

(2) 若点 B 和点 D 表示的数互为相反数, 则原点为 C .

(3) 如图所示:



若点 C 表示的数是20, 则点 A 表示的数是-60.

【标注】【知识点】相反数的几何意义

栗子

13. 化简下列各数中符号.

$$-\left(-2\frac{1}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$-(+7) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$-[-(-9)] = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$-\{+ - (+5)\} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$-(-(-(-(+(-(-2.7)))))) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $2\frac{1}{3}$; -7; -9; 5; 2.7

【标注】【知识点】多重符号化简

栗子

14. $-\frac{1}{2020}$ 的绝对值是().

A. -2020

B. $-\frac{1}{2020}$

C. $\frac{1}{2020}$

D. 2020

【答案】C

【解析】 $\because \left|-\frac{1}{2020}\right| = \frac{1}{2020}$.

故选C.

【标注】【知识点】绝对值的定义

栗子

15. 已知 $|a| = 8$, $|b| = 6$, 若 $|a + b| = -(a + b)$, 求 $a - b$ 的值.

【答案】-2或-14.

【解析】 $\because |a| = 8, \therefore a = \pm 8$,

$$|b| = 6, \therefore b = \pm 6,$$

$$\text{又} \because |a+b| = -(a+b), \therefore a+b < 0,$$

$$\therefore \text{当 } a=8, b=6, a+b > 0 \text{ (舍去)},$$

$$\text{当 } a=8, b=-6, a+b > 0 \text{ (舍去)},$$

$$\text{当 } a=-8, b=-6, a+b < 0, \text{此时 } a-b = -8 - (-6) = -8 + 6 = -2,$$

$$\text{当 } a=-8, b=6, a+b < 0, \text{此时 } a-b = -8 - 6 = -8 + (-6) = -14,$$

$$\therefore \text{综上所述, } a-b \text{ 的值为 } -2 \text{ 或 } -14.$$

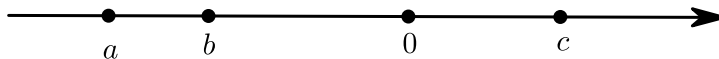
$$\text{故答案为: } -2 \text{ 或 } -14.$$

【标注】【知识点】绝对值的代数意义

栗子

16. 有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置如图所示，化简：

$$3|a-b| + |a+b| - |c-a| + 2|b-c| - |b-a+c|.$$



【答案】 $-2a - b$.

【解析】由数轴可知 $a < b < 0 < c$ 且 $|a| > |b| > |c|$,

$$\therefore a-b < 0, a+b < 0, c-a > 0, b-c < 0, b-a+c > 0,$$

$$\therefore 3|a-b| + |a+b| - |c-a| + 2|b-c| - |b-a+c|$$

$$= 3(b-a) - (a+b) - (c-a) - 2(b-c) - (b-a+c)$$

$$= 3b - 3a - a - b - c + a - 2b + 2c - b + a - c$$

$$= -2a - b.$$

【标注】【知识点】结合数轴化简绝对值

栗子

17. 填空：

$$(1) |x| = 7, x = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(2) |x-4| = 1, x = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 (1) ± 7

(2) 5或3

【解析】(1) 此题几何意义为：

到原点7个单位长度的点表示哪个数，到原点7个单位长度的是7和-7.

故答案为±7.

(2) 无

【标注】【知识点】绝对值的代数意义

18. 若 $|x - 1| + |y + 3| = 0$ ，则 $(x + 1) \times (y + 1)$ 等于 _____ .

【答案】 -4

【解析】 $\because |x - 1| + |y + 3| = 0$ ，

$\therefore x - 1 = 0, y + 3 = 0$ ，

解得： $x = 1, y = -3$ ，

$\therefore (x + 1) \times (y + 1)$

$= (1 + 1) \times (-3 + 1)$

$= -4$ ，

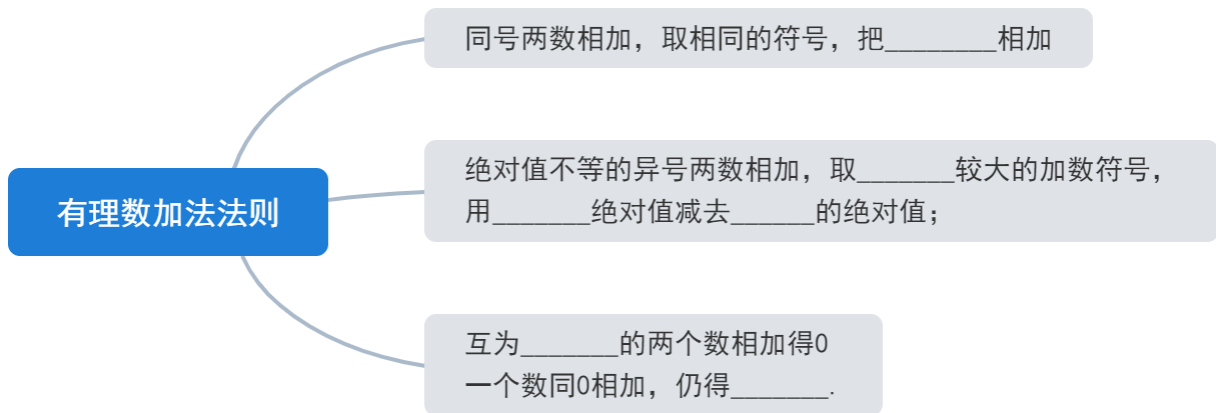
故答案为-4.

【标注】【知识点】绝对值的非负性

二、有理数的运算

1. 有理数的加减运算

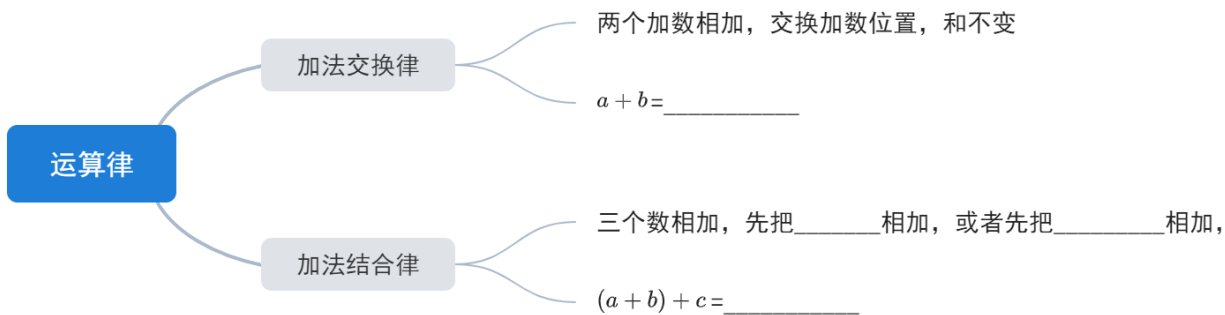
有理数的加法



【备注】有理数加法法则：

(1) 同号两数相加，取相同的符号，并把**绝对值**相加．

(2) 绝对值不相等的异号两数相加，取**绝对值**较大的加数的符号，并用**较大的**绝对值减去**较小的**绝对值．互为**相反数**的两个数相加得0．(3) 一个数同0相加，仍得**这个数**．



【备注】有理数加法运算律

(1) 加法交换律：两个数相加，交换加数的位置，和不变， $a + b = b + a$

(2) 加法结合律：三个数相加，先把**前两个数**相加，或者先把**后两个数**相加，和不变， $(a + b) + c = a + (b + c)$

运算技巧

- (1) 互为相反数的两个数先相加——“相反数结合法”；
- (2) 符号相同的数先相加——“同号结合法”；
- (3) 分母相同（或分母成倍数关系易化成同分母）的数先相加——“同分母结合法”；
- (4) 几个数相加得到整数先相加——“凑整法”；
- (5) 整数与整数、小数与小数先相加——“同形结合法”；
- (6) 带分数相加时，可先拆成整数与分数的和，再分别相加——“拆分法”

有理数的减法

有理数的减法

减法法则：减去一个数等于加上这个数的_____，

$$a - b = \underline{\hspace{2cm}}$$

【备注】有理数减法法则：减去一个数等于加上这个数的相反数，即 $a - b = a + (-b)$ 。

【总结】有理数加减法运算过程中，实际上我们只需要将所有的减法都转化为加法，再用加法法则计算。

有理数的加减混合运算

有括号的，先算括号内的；没有括号的，先将减法转化为_____，再利用_____和_____进行简化计算。

2. 有理数的乘除和乘方运算

有理数的乘法法则

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘；任何数与0相乘都得0。

几个不是的数相乘，负因数的个数是偶数时，积为正数；负因数的个数是奇数时，积为负数，即“奇负偶正”；几个数相乘，如果其中有因数为0，那么积等于0。

有理数的乘法运算律

运算律	文字表达	符号语言
乘法交换律	两个数相乘，交换因数的位置，_____相等	$ab = \underline{\hspace{2cm}}$
乘法结合律	三个数相乘，先把_____相乘，或者先把_____相乘，_____相等	$(ab)c = \underline{\hspace{2cm}}$
分配律	一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同_____相乘，再把_____相加	$a(b + c) = \underline{\hspace{2cm}}$

【备注】

运算律	文字表达	符号语言
乘法交换律	两个数相乘，交换因数的位置，积相等	$ab = ba$
乘法结合律	三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积相等	$(ab)c = a(bc)$
分配律	一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加	$a(b + c) = ab + ac$

有理数的乘法交换律或乘法结合律一般不单独用，交换的目的是为了更好地结合。

有理数的除法

有理数的除法

倒数：乘积为_____的两个数互为倒数。

除法法则：除以一个不为0的数等于乘以这个数的_____；
两数相除，同号得_____，异号得_____，并把_____相除；
0除以任何数都得_____。

- 【备注】** 1、乘积是1的两个数互为倒数；正数的倒数是正数，负数的倒数是负数，**0没有倒数**。
2、除以一个不等于0的数，等于乘这个数的**倒数**。用公式表示为 $a \div b = \frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)；两数相除，同号得**正**，异号得**负**，并把**绝对值**相除。0除以任何一个不等于0的数，都得**0**。

将除法变为_____，将小数化为_____，若带分数的整数部分和分数部分能和与之相乘的因数约分，将带分数写成_____与_____的_____，利用乘法_____，计算最后结果；进行乘除混合运算时，按照从_____到_____的顺序计算。

【备注】 有理数乘除混合运算的步骤：

- (1) 将所有的除法转化为**乘法**；
- (2) 根据负因数的个数确定积的符号；
- (3) 将小数化为**分数**，带分数化为假分数，再利用乘法运算律简化运算，并求出最后结果。
- (4) 若一个带分数的整数部分和分数部分都能和与之相乘的因数约分，可以将这个带分数写成**整数部分与分数部分的和**，利用**乘法分配律**，计算最后结果。
- (5) 进行乘除混合运算时，按照从**左到右**的顺序计算

有理数的乘方运算

1. 求 n 个相同因数的积的运算,叫做乘方;

$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \uparrow a}$ 记为 a^n ,读作“ a 的 n 次方”,当 a^n 看作 a 的 n 次方的结果时,也可读作“ a 的 n 次幂”。

2. 在 a^n 中, a 叫做底数, n 叫做指数,是指因数的个数。

3. 乘方运算的符号规律:正数的任何次幂都是正数,负数的奇次幂是负数,负数的偶次幂是正数,0的任何正整数次幂都是0。

科学记数法

科学记数法:把一个大于10的数表示成 $a \times 10^n$ 的形式($1 \leq a < 10$, n 是正整数)。

比如, $1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$, $100000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$ 等,所以
 $8000 = 8 \times 1000 = 8 \times 10^3$, $150000 = 1.5 \times 100000 = 1.5 \times 10^5$ 等等。

【注意】可以把小数点向左移动到最高数位,移动的位数 n 就是科学记数法中10的指数。

近似数

1. 四舍五入:保留一位小数、也即取这个数精确到十分位的近似数,就要把十分位以后的部分全部省略再看百分位,如果百分位的数字大于或等于5则向前一位进一、小于5则舍。

如: $\pi = 3.1415926 \cdots$ (精确到个位): $\pi \approx 3$;

$\pi = 3.1415926 \cdots$ (精确到百分位或说精确到0.01位): $\pi \approx 3.14$;

$\pi = 3.1415926 \cdots$ (精确到千分位或说精确到0.001位): $\pi \approx 3.142$;

0.96964 (精确到个位): $0.96964 \approx 1$;

0.96964 (精确到十分位或说精确到0.1位): $0.96964 \approx 1.0$;

0.96964 (精确到千分位或说精确到0.001位): $0.96964 \approx 0.970$ 。

2. 对绝对值特别大的数取近似数时,结果可以用科学记数法表示。

如: $189\,000$ (精确到万位): $189\,000 \approx 1.9 \times 10^5$ 或19万;

$189\,000$ (精确到十万位): $189\,000 \approx 2.0 \times 10^5$ 。

3. 有效数字:对于一个近似数,从左边第一个不是0的数字起,到精确到的位数为止,所有的数字都叫做这个数的有效数字。

【备注】【注意】

① 求近似数时可以挪动小数点(对整数可以把个位后面当成小数点的原始位置再向左移动),挪到要精确的数位后面再看后一位的数字(比如要精确到十分位就挪到十分位后再看百分位数字),挪动的数位个数就是科学记数法中10的指数;

② 近似数 1 和 1.0 的精确度是不同的，最后的 0 不能省略．

3. 有理数混合运算

有理数的加减混合运算

有括号的，先算括号内的；没有括号的，先将减法转化为 加法 再利用 加法交换律 和 加法结合律 进行简化计算．

有理数的乘除混合运算

有理数的加减、乘除、乘方混合运算

有理数的混合运算顺序：先____，再____，最后____；同级运算，按____顺序依次计算；如有括号，先算括号内的运算，按____括号、____括号、____括号依次进行．

【备注】 (1) 先**乘方**，再**乘除**，最后**加减**；
(2) 同级运算，从**左到右**进行；
(3) 如有括号，先做括号内的运算，按**小括号**、**中括号**、**大括号**依次进行．

栗子

19. 计算：

(1) $43 + (-77)$.

(2) $(-2) - (-3)$.

(3) $(-63) + 17 + (-23) + 68$.

(4) $3\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-3\frac{1}{2}\right) + 2\frac{1}{3}$.

【答案】 (1) -34 .

(2) 1 .

(3) -1 .

(4) 2 .

【解析】 (1) 原式 $= -(77 - 43)$

$$= -34 .$$

(2) 原式 $= -2 + 3$

$$= 1 .$$

(3) 原式 $= -63 - 23 + 17 + 68$

$$\begin{aligned}
 &= -86 + 85 \\
 &= -1. \\
 (4) \text{ 原式} &= 3\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \\
 &= 2.
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】有理数加减混合运算

【知识点】有理数减法运算

【知识点】有理数加法运算

【能力】运算能力

栗子

20. 用适当的运算律计算下列各式：

$$\begin{aligned}
 (1) & (-3) \times (-4) \times \left(-\frac{1}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}} \\
 (2) & \left(-\frac{3}{7}\right) \times \left(+\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{4}{15}\right) = \underline{\hspace{2cm}} \\
 (3) & \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(+1\frac{1}{3}\right) \times \left(-2\frac{1}{4}\right) \times \left(-3\frac{3}{5}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.
 \end{aligned}$$

【答案】 -3 ; $\frac{2}{35}$; $-\frac{27}{5}$

【标注】【知识点】有理数乘法运算

21. 计算：

$$\begin{aligned}
 (1) & (-5) \div 15 \div (-3). \\
 (2) & \frac{2}{3} \div \left(-\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{10}\right).
 \end{aligned}$$

【答案】(1) $\frac{1}{9}$.
(2) $\frac{40}{3}$.

【解析】(1) 略.

(2) 略.

【标注】【知识点】有理数除法运算

栗子

22. 计算：

$$(1) 6 \div (-5) \times \left(-\frac{1}{5}\right).$$

$$(2) (-27) \div 2\frac{1}{4} \times \frac{4}{9} \div (-24).$$

$$(3) -12 \times \frac{5}{3} \div \frac{5}{3}.$$

$$(4) \frac{1}{5} \times (-5) \div \left(-\frac{1}{5}\right) \times 5.$$

【答案】 (1) $\frac{6}{25}$.

(2) $\frac{2}{9}$.

(3) -12 .

(4) 25 .

【解析】 (1) $6 \div (-5) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$
 $= 6 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$
 $= \frac{6}{25}.$

(2) $(-27) \div 2\frac{1}{4} \times \frac{4}{9} \div (-24)$
 $= 27 \times \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{24}$
 $= \frac{2}{9}.$

(3) $-12 \times \frac{5}{3} \div \frac{5}{3}$
 $= -12 \times \frac{5}{3} \times \frac{3}{5}$
 $= -12.$

(4) $\frac{1}{5} \times (-5) \div \left(-\frac{1}{5}\right) \times 5$
 $= \frac{1}{5} \times 5 \times 5 \times 5$
 $= 25.$

【标注】【知识点】有理数四则混合运算

栗子

23. 计算：

$$(1) -2^3 \div \frac{4}{9} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2$$

$$(2) 2 \times (-3)^3 - 4 \times (-3) + 15$$

【答案】 (1) -8 .

(2) -27 .

【解析】 (1) $-2^3 \div \frac{4}{9} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2$
 $= -8 \times \frac{9}{4} \times \frac{4}{9}$
 $= -8$.

(2) $2 \times (-3)^3 - 4 \times (-3) + 15$
 $= 2 \times (-27) + 12 + 15$
 $= -54 + 27$
 $= -27$.

【标注】【知识点】有理数四则混合运算

栗子

24. 黄河是中华民族的象征，被誉为母亲河，黄河壶口瀑布（如图）位于我省吉县城西45千米处，是黄河上最具气势的自然景观．其落差约30米，年平均流量1010立方米/秒．若以小时作时间单位，则其年平均流量可用科学记数法表示为（ ）．



- A. 6.06×10^4 立方米/时
C. 3.636×10^6 立方米/时

- B. 3.136×10^6 立方米/时
D. 36.36×10^5 立方米/时

【答案】 C

【解析】 瀑布的年平均流量为1010立方米/秒，

所以，以小时作时间单位的年平均流量为 $1010 \times 60 \times 60 = 3636000 = 3.636 \times 10^6$.
故选C .

【标注】【知识点】科学记数法：表示较大的数

栗子

25. 下列对近似数的叙述不正确的是（ ）

- A. 用四舍五入法对**270.18**（精确到个位）取近似值为**270** .
- B. 用四舍五入法对**0.518**（精确到**0.01**）取近似值为**0.52**
- C. 由四舍五入法得到的近似数**42.3**万是精确到万位
- D. 由四舍五入法得到的近似数**0.185**是精确到千分位

【答案】 C

【解析】 A 选项：用四舍五入法对**270.18**（精确到个位）取近似值为**270**，所以**A**选项的说法正确；

B 选项：四舍五入法对**0.518**（精确到**0.01**）取近似值为**0.52**，所以**B**选项的说法正确；

C 选项：由四舍五入法得到的近似数**42.3**万是精确到千位，所以**C**选项的说法不正确；

D 选项：由四舍五入法得到的近似数**0.185**是精确到千分位，所以**D**选项的说法正确 .

故选 C .

【标注】【知识点】精确数位

三、整式基础

1. 单项式和多项式

单项式

	定义	举例
代数式	用基本的运算符号（运算包括加、减、乘、除、乘方与开方等）把____和表示____连接起来的式子叫做代数式，单独的____或____也是 代数式 。	
单项式	只含有____或者____的乘积，这样的式子被称为 单项式	
单项式系数	在单项式中，它的____叫做单项式的系数	
单项式次数	在单项式中，所有字母的____叫做这个单项式的次数	

【备注】

	定义	举例
代数式	用基本的运算符号（运算包括加、减、乘、除、乘方与开方等）把 数 和表示 数的字母 连接起来的式子叫做代数式，单独的一个 数 或一个 字母 也是代数式。	$1; m; 1 + m; 1 + 2m$
单项式	只含有 数字 或者 字母 的乘积，这样的式子被称为 单项式	$1; 2; \frac{3}{\pi}; 3\pi$
单项式系数	在单项式中，它的 数字因数 叫做单项式的系数	$-8xy - (-8)$ $3\pi m - 3\pi$
单项式次数	在单项式中，所有字母的 指数和 叫做这个单项式的次数	$2a^2b^3 - 5$

代数式书写规范	举例
数与字母相乘、字母与字母相乘、数字与括号相乘、字母与括号相乘、括号与括号相乘，通常将乘号写作“ <u>·</u> ”或 <u>省略不写</u> 。	如 $m \times n$ 可以写成 <u>$m \cdot n$</u> 或 <u>mn</u> 。
数与字母相乘，数写在字母前面。	如 $3 \times a$ 可以写成 <u>$3 \cdot a$</u> 或 <u>$3a$</u>
数字因数为“1”或“-1”时，常省略“1”。	如 $1 \times ab$ 写成 <u>ab</u> ， $-1 \times ab$ 写成 <u>$-ab$</u>
当数字因数为带分数时，要写成假分数。	如 $2\frac{1}{3}ab$ 要写成 $\frac{7}{3}ab$
除法运算要用分数线。	如 $1 \div a$ 写成 $\frac{1}{a}$
式子后面有单位且式子是和或差的形式时，应把式子用括号括起来。	如 $(5m + 3n)$ 元， $(x + 7)m$ 。

多项式

	定义	举例
多项式	几个单项式的 <u> </u> 叫做多项式	$mn - 3$
多项式的项	每个 <u> </u> 叫做多项式的项，不含字母的项叫做 <u> </u> 。	多项式 $x^2 - 3x + 2$ ，它的项分别是 x^2 ， $-3x$ ，常数项是2。
多项式的次数	多项式中， <u> </u> 的次数，叫做这个多项式的次数。	$x^2y^3 + 2mn - 5$ 次数是5
多项式的命名	通常以它的 <u> </u> 和 <u> </u> 来命名，称几次几项式。	$x^2y^3 + 2mn - 5$ 是五次三项式

【备注】

	定义	举例
代数式	用基本的运算符号（运算包括加、减、乘、除、乘方与开方等）把数和表示数的字母连接起来的式子叫做代数式，单独的一个数或一个字母也是代数式。	$1; m; 1 + m; 1 + 2m$
单项式	只含有数字或者字母的乘积，这样的式子被称为单项式	$1; 2; \frac{3}{\pi}; 3\pi$
单项式系数	在单项式中，它的数字因数叫做单项式的系数	$-8xy - (-8)$ $3\pi m - 3\pi$
单项式次数	在单项式中，所有字母的指数和叫做这个单项式的次数	$2a^2b^3 - 5$

升幂和降幂排列

	定义	举例
升幂排列	按照某个字母的指数_____的顺序排列，叫做这个多项式按这个字母升幂排列	
降幂排列	按照某个字母的指数_____的顺序排列，叫做这个多项式按这个字母降幂排列	

【备注】 1、若按照某个字母的指数从小到大的顺序排列，叫做这个多项式按这个字母升幂排列；若按照某个字母的指数从大到小的顺序排列，叫做这个多项式按这个字母降幂排列。

注意 ①各项移动时要连同它前边的符号一起移动。

②某项前的符号是“+”，在第一项的位置时，正号可省略，其他位置不能省略，排列时注意添加或省略。

③含有多个字母的多项式，注意“按某一字母”升幂或降幂排列。

2、关于多项式 $-4x^3y^2 + 5xy^3 - 1 + 3x^2y$ 按 x 进行升幂排序：

$$-1 - 5xy^3 + 3x^2y^2 - 4x^3y^3$$

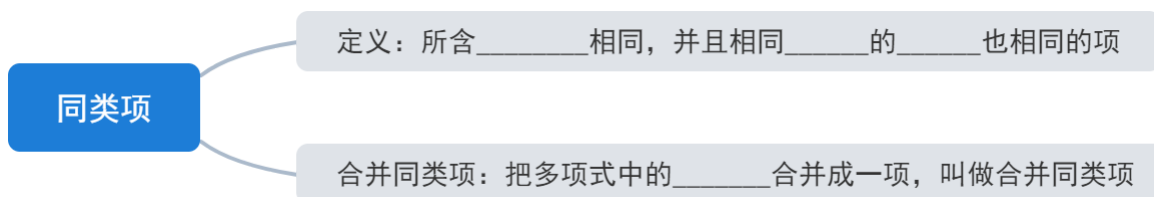
按 x 进行降幂排序： $-4x^3y^3 + 3x^2y^2 - 5xy^3 - 1$

2. 整式

整式

1. 单项式 与 多项式 统称整式。
2. ①所有的整式都是代数式，但并不是所有的代数式都是整式。
②所有的整式的分母中不含 字母（若字母表示一个常数则除外）。

同类项



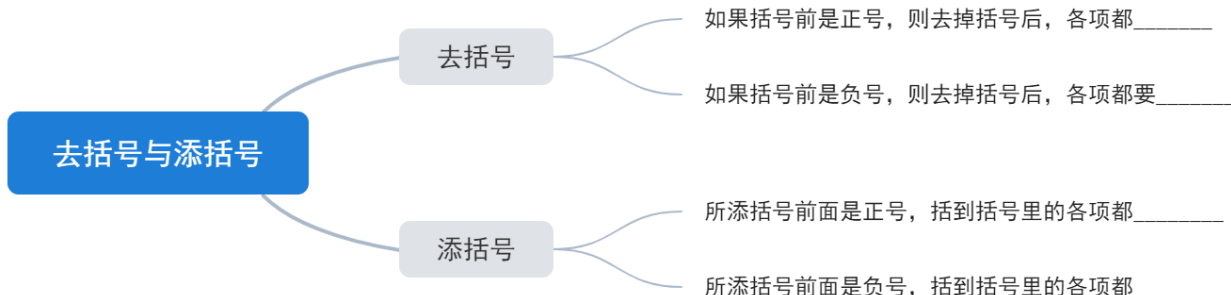
【备注】1.定义：所含**字母**相同，并且相同**字母**的**指数**也分别相同的项，称为同类项。

例如： $3a^2b$ 与 $-2a^2b$ 互为同类项。

【注意】所有的常数项都是同类项。

2、把多项式中的**同类项**合并在一起叫合并同类项。（合并同类项：系数相加，字母及其指数不变。）

去括号和添括号



【备注】1.去括号：如果括号前边是“+”，把括号和它前边的“+”去掉，括号内的各项**都不改变符号**；

如果括号前边是“-”，把括号和它前边的“-”去掉，括号内的各项都**改变符号**。

【口诀】去括号，看符号，是+号，不变号；是-号，全变号。

例如： $+(m+n) = m+n$ ， $-(m+n) = -m-n$ 。

【注意】去括号的依据是乘法分配律，当括号前有数字因数时，应利用分配律计算，切勿漏乘。

2、添括号：所添括号前面是正号，括到括号里的各项都**不变号**；所添括号前面是负号，括到括号里的各项都**变号**；

栗子

26. 下列代数式中，是单项式的有（ ）个。

① -15 ；② $\frac{2}{3}a$ ；③ $\frac{1}{\pi}x^2y$ ；④ $\frac{2bc}{3a}$ ；⑤ $3a+2b$ ；⑥ 0 ；⑦ $7m$ 。

A. 3

B. -5

C. 5

D. 7

【答案】C

【解析】单项式的有：① -15 ；② $\frac{2}{3}a$ ；③ $\frac{1}{\pi}x^2y$ ；⑥ 0 ；⑦ $7m$ ，共5个。
故选C。

【标注】【知识点】单项式的定义

栗子

27. 已知 $-\frac{1}{4}a^2b^m c$ 是一个5次单项式，则式子 $3m^2 - 6m + 1$ 的值是 _____。

【答案】1

【解析】 $\because -\frac{1}{4}a^2b^m c$ 是5次单项式，
 $\therefore 2 + m + 1 = 5$ ，
 $\therefore m = 2$ ，
 $\therefore 3m^2 - 6m + 1 = 3 \times 2^2 - 6 \times 2 + 1$
 $= 3 \times 4 - 12 + 1$
 $= 1$ 。

故答案为：1。

【标注】【知识点】由单项式的次数和系数求参数的值

28. 若 $a^{m-2}b^{n+7}$ 与 $-3a^4b^4$ 的和仍是一个单项式，则 $m - n =$ _____。

【答案】9

【解析】 $\because a^{m-2}b^{n+7}$ 与 $-3a^4b^4$ 的和仍是一个单项式，

$$\therefore m-2=4, n+7=4,$$

$$\text{解得：} m=6, n=-3,$$

$$\text{故 } m-n=6-(-3)=9.$$

故答案为：9.

【标注】【知识点】由同类项求参数的值

栗子

29. 在下列式子中： $\frac{b^2}{3}$ ， $\frac{xy}{2}+3$ ， 2 ， $\frac{4}{xy}$ ， $\frac{ab+x}{5}$ ， $\frac{2a+3b}{\pi}$ ， $\frac{(2+\pi)xy}{3}$ ，多项式有 _____ 个.

【答案】3

【解析】在下列式子中： $\frac{b^2}{3}$ ， $\frac{xy}{2}+3$ ， 2 ， $\frac{4}{xy}$ ， $\frac{ab+x}{5}$ ， $\frac{2a+3b}{\pi}$ ， $\frac{(2+\pi)xy}{3}$ ，

多项式有 $\frac{xy}{2}+3$ ， $\frac{ab+x}{5}$ ， $\frac{2a+3b}{\pi}$ ，

一共有3个，

故答案为：3.

【标注】【知识点】多项式的定义

栗子

30. 若多项式 $4x^2y^{|m|}-3(m-1)y^2-1$ 是关于 x 、 y 的三次三项式，则常数 m 等于().

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

【答案】A

【解析】解： $\because$ 多项式 $4x^2y^{|m|}-3(m-1)y^2-1$ 是关于 x 、 y 的三次三项式，

$$\therefore 2+|m|=3, m-1 \neq 0,$$

$$\text{解得：} m=-1.$$

故选：A.

【标注】【知识点】由多项式的项和次数求参数的值

栗子

31. 已知关于 x, y 的多项式 $(a-4)x^{|a|-2}y^3 - \frac{2}{3}x^2y + 2xy^2$ 是五次三项式, 则 a 的值为 _____.

【答案】 -4

【解析】 $(a-4)x^{|a|-2}y^3 - \frac{2}{3}x^2y + 2xy^2$ 是五次三项式,
 $\therefore$ “五次”, $\therefore \begin{cases} |a|-2=2 \\ a-4 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow a=-4$.

【标注】 【知识点】 由多项式的项和次数求参数的值

栗子

32. 若关于 x, y 的多项式 $my^3 + nx^2y + 2y^3 - x^2y + y$ 中不含三次项, 则 $2m + 3n =$ _____.

【答案】 -1

【解析】 对多项式 $my^3 + nx^2y + 2y^3 - x^2y + y$ 合并同类项得:

$$(m+2)y^3 + (n-1)x^2y + y,$$

$\therefore$ 该多项式不含三次项,

$$\therefore m+2=0, n-1=0,$$

解得: $m=-2, n=1$,

$$\text{则 } 2m+3n = 2 \times (-2) + 3 \times 1 = -4 + 3 = -1.$$

故答案为: -1.

【标注】 【知识点】 由多项式的项和次数求参数的值

栗子

33. 将多项式 $-x^2y + 6xy^2 - \frac{1}{5}x^3 - 7y^3 + 4$ 按 x 的升幂排列是 _____, 按 y 的降幂排列为 _____.

【答案】 $4 - 7y^3 + 6xy^2 - x^2y - \frac{1}{5}x^3$; $-7y^3 + 6xy^2 - x^2y - \frac{1}{5}x^3 + 4$

【解析】 将多项式 $-x^2y + 6xy^2 - \frac{1}{5}x^3 - 7y^3 + 4$ 按 x 的升幂排列是

$$4 - 7y^3 + 6xy^2 - x^2y - \frac{1}{5}x^3, \text{ 按 } y \text{ 的降幂排列为 } -7y^3 + 6xy^2 - x^2y - \frac{1}{5}x^3 + 4.$$

【标注】 【知识点】 多项式升幂降幂排列

栗子

34. 在代数式 $\frac{1}{2}m$, 0 , $1-3a$, $\frac{2}{x}$, $\frac{a+b}{\pi}$, $\frac{a-b}{a+b}$ 中, 整式有()

A. 3个

B. 4个

C. 5个

D. 6个

【答案】 B

【解析】 整式包括单项式和多项式, $\frac{1}{2}m$, 0 , $1-3a$, $\frac{a+b}{\pi}$ 是整式, 共有4个.

故选: B

考点: 整式的定义.

【标注】 【知识点】 整式的定义

栗子

35. 合并同类项:

(1) $x - y + 5x - 4y$.

(2) $2m^3 - 3m^2 + m - 1 + m^3 + 3m^2 - m - 3$.

【答案】 (1) $6x - 5y$.

(2) $3m^3 - 4$.

【解析】 (1) 原式 = $6x - 5y$.

(2) 原式 = $3m^3 - 4$.

【标注】 【知识点】 合并同类项

【能力】 运算能力

栗子

36. 化简:

(1) $2(5a^2 - 2a) - 4(-3a + 2a^2)$.

【答案】 (1) $2a^2 + 8a$.

【解析】 (1) 原式 = $10a^2 - 4a + 12a - 8a^2$
= $2a^2 + 8a$.

【标注】【知识点】合并同类项

【能力】运算能力

栗子

37. 已知 $A = x^2y - 7xy^2 + 2$, $B = -2x^2y + 4xy^2 - 1$, 求 $2A - (3A - B)$.

【答案】 $-3x^2y + 11xy^2 - 3$.

【解析】 $2A - (3A - B) = 2A - 3A + B = -A + B$,

当 $A = x^2y - 7xy^2 + 2$, $B = -2x^2y + 4xy^2 - 1$ 时,

$$-A + B$$

$$= -(x^2y - 7xy^2 + 2) + (-2x^2y + 4xy^2 - 1)$$

$$= -x^2y + 7xy^2 - 2 - 2x^2y + 4xy^2 - 1$$

$$= -3x^2y + 11xy^2 - 3.$$

【标注】【知识点】整式加减